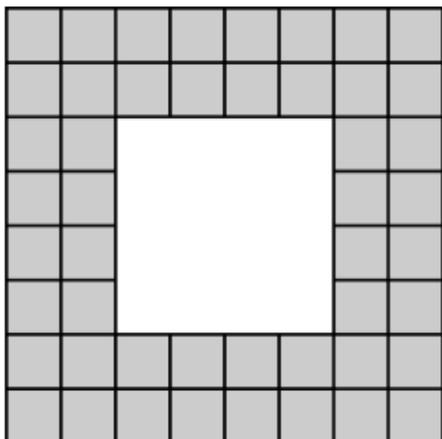


Задания открытой олимпиады по математике для обучающихся 7-х классов.

ОГАОУ многопрофильный лицей №20

1. (7 баллов) В рамке 8×8 шириной в 2 клетки (см. рисунок) всего 48 клеточек. Сколько клеточек в рамке 2022×2022 шириной в 2 клетки?



2. (7 баллов) Известно, что $b = 2022^{2022} + 2$. Будут ли числа $b^3 + 1$ и $b^2 + 2$ взаимно простыми?
3. (7 баллов) В городе живут 3000 человек: мудрецы, хитрецы и лжецы. Мудрецы на все вопросы отвечают правильно, лжецы всегда лгут, а хитрецы на заданные им вопросы строго по очереди то отвечают верно, то ошибаются. Всем жителям было задано по три вопроса: “Ты мудрец?”, “Ты хитрец?”, “Ты лжец?”. Ответили “Да” на первый вопрос – 1900 учащихся, на второй – 1200, на третий – 900. Сколько хитрецов живет в этом городе?
4. (7 баллов) В прямоугольнике ABCD сторона AB равна 6, сторона BC равна 11. Из вершин B и C проведены биссектрисы углов, пересекающие сторону AD в точках X и Y соответственно. Найдите длину отрезка XY
5. (7 баллов) Докажите, что при $a, b, c > 0$ имеет место неравенство

$$\left(\frac{a+b+c}{3}\right)^2 \geq \frac{ab+bc+ca}{3}.$$